

Responſio ad Animadverſionem ad Davidis Gregorii Catenariam , Act. Eruditorum Lipſiæ. Mense Februarii An. 1699.

QUÆ in Animadverſione ad noſtras de Catenaria Demonſtrationes objicit Anonymus ſunt hæc. Quod rem ab aliis jam ante ſeptennium inventam & publice expoſitam demonſtrare aggreſſus ſim, modo quodam meo. Ita quidem eſt, & me hoc facturum in ipſa præfatione ſum profeſſus. Quid vero hic redarguendum ſit non capio. Celeberrimi viri Hugenius, Leibnitius & Bernoullius plurimas Catenariæ proprietates detexerunt & ediderunt, at non demonſtrarunt. Ego, quod ſuſcepi, demonſtrationes pertexui. An Archimedi honeſte objiciatur illum *poſt diutiorẽ Temporis moram eorum de Helicibus Theorematum demonſtrationes edidiſſe quæ Conon reperit at non demonſtravit?* Hoc tamen proſitetur, in præf. ad Librum de iſtis lineis, Archimedes. Ego certe Credo ita demum Geometriæ ſuam ſinceritatem, decuſque conſtare, ſi nihil non demonſtratum in publicum proferatur, ſaltem per annos plures non demonſtratum maneat.

Sed an res hæc (nempe Catenariæ Natura & proprietates primariæ) ab aliis inventa & publice expoſita fuit? Certe iſta Catenariæ proprietates, Corol. 6. Prop. 2. aliis
Sſſ
indicta

indicta est penitus ante editas hæc demonstrationes. Cum tamen fit ni fallor inter primarias illius proprietates, & omnium longe utilissima, & ad vitæ communis usus facillime reducenda. Ab omni ævo, in ædificiis publicis fornices arcusque tam ad firmitatem quam pulchritudinem adhibuerunt Architecti: Qualis tamen fit fornices figura legitima ad usque editas nostras demonstrationes ignoratum est. Citato enim Corollario dictum est primo, *Catenam in plano verticali, sed situ inverso, figuram servare nec decidere, adeoque arcum seu fornices facere tenuissimum: Hoc est sphaeras minimas rigidas & lubricas in inversa curva Catenaria dispositas arcum constituere cujus nulla pars ab aliis extrorsum vel introrsum propellitur; sed manentibus infimis punctis immotis, virtute suæ figuræ sustineri.* Verum quidem est fornices firmos jam olim fuisse extractos: sed ad dictum Corol. ostensum id exinde fieri, quod in *crassitie cuiuslibet eorum quædam Catenaria inclusa sit: neque si tenuissimus esset, partesque haberet lubricas sustineretur alterius figuræ arcus.*

Agnoscit tamen postea Animadversionis Auctor Operæ pretium fore si res licet cognita dudum, ex novo sed solido principio derivaretur. Quomodo Res Geometrica non demonstrata dici possit cognita, ego non Cipro, nisi assertum pro cognito habeatur, axioma certe Geometriæ promovendæ parum idoneum. Nullus dubito quin Celebres supra nominati Viri Theorematum inventores illorum demonstrationes noverint. At certe non ediderunt, nec alios ab illis edendis arcere voluerunt: Neque omnia ad Funiculariam attinentia exhauriverunt, ut ex dictis de Fornices figura constat. Si propriorum pulcherrimorum Theorematum demonstrationes publici juris fecissent, ego de aliis demonstrationibus condendis, neque forsan de aliis Theorematibus inveniendis cogitarem nunquam.

Sufficere ait Animadversor si consideretur quomodo propositionem primam & primariam cui reliquæ superstruuntur

struuntur demonstraverim ego. Neque illi suffecisse credendum, nisi quia in aliis quod commentario suo in pejus detorquere posset invenire nequibat. Et certe si, assumpta primaria Catanariæ proprietate, ad alia exinde eruenda me protinus contulissem, nihil fecissem quod à principibus Geometris non sit factum: Et in isto casu proprietates sequentibus propositionibus 6, & 29 corollariis, de assumpta Curva legitimè demonstratæ (quod ante non erat factum) jure habendæ forent. Malui tamen ex Catenæ natura proprietatem istam in antecessum eruere per prop. hanc primam, quam attente considerandam sibi proponit Animadverfor.

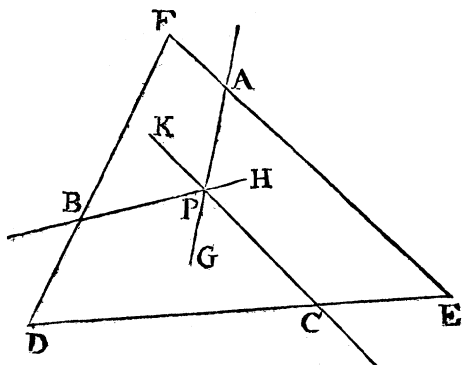
Primum quod reprehendat invenit, quod quædam ex Mechanicis constare dixerim, quæ distinctius enuntiare atque etiam applicare operæ pretium fuisse ait. Ego qui Geometris demonstranda Theoremata quædam susceperam, omnia minutim exequenda non credebam, sed vulgo nota & ex aliis scientiis petita assumere fas esse etiamnum arbitror; presertim si ipsum Theorema, ut in casu presenti, aperte enunciaverim. Verum ut Animadverfori gratum faciam, Lemma istud demonstrabo, cum distinctius enuntiare nequeam, quam est hæcenus factum in hæc verba.

L E M M A.

Potentia tres in æquilibrio positæ eandem habent rationem cum rectis tribus ad ipsarum directiones parallelis, vel in dato angulo inclinatis, à mutuo occursu terminatis.

Putæ si potentia tres trahentes, impellentes vel utcunque agentes, secundum rectas PA , PB , PC sint in æquilibrio; & inclinentur ad has directiones tres rectæ EF , FD , DE in angulo quovis dato, hoc est si anguli EAP , FBP , DCP fuerint æquales, Dico potentias

A, B & C esse inter se ut rectæ FE, FD & DE.
 Producantur rectæ AP, BP, CP in G, H & K.



In quadrilatero FAPB, cum angulus externus EAP fit, ex hypothefi, æqualis interno & oppofito PBF, Erunt interni duo oppofiti FAP & FBP æquales duobus rectis; Cumque omnes quatuor interni quatuor rectis æquentur, erunt reliqui duo F & APB in eodem quadrilatero oppofiti, duobus rectis etiam æquales. Sed APB & BPG efficiunt duos rectos, & igitur angulus F est æqualis angulo BPG. Similiter Oftendentur D & BPK æquales, item E & APK.

Quoniam tres potentiaë funt in æquilibrio, funt immotæ, & igitur earum quælibet pro hypomochlio haberi poteft reliquarum duarum respectu quæ in æquilibrio manent. Si B habeatur pro hypomochlio, per Mechanicæ notiffimum theorema, Potentia A est ad potentiam C, ficut finus anguli BPK ad finum anguli BPG, hoc est finus anguli D ad finum anguli F, hoc est recta FE ad rectam DE. Rurfus, pofito C hypomochlio, potentia A est ad potentiam B ut finus anguli CPH ad finum anguli CPB, five finus anguli BPK ad finum anguli APK, hoc est finus anguli D
 ad

ad finum anguli E, hoc est ut recta FE ad rectam FD. Tres igitur potentiae A, B & C sunt ut rectae FE, FD & DE. q. e. d.

Prima Demonstrationis meae verba vera esse agnoscit *lin. 16. pag. 88*, in sensu ibi posito, quem ego vicissim pro vero & meo agnosco: Sed hæc facilius ex præmissis Lemmate sequuntur, si mecum concipiatur totius lineolæ dD gravitas in ejus medium punctum congregari, nempe grave in ejus centrum gravitatis ut Geometris solenne est; atque grave hoc, rotatione circa d centrum, in situm perpendicularem, sive inter d & Terræ centrum ferri; hoc est, primo momento, per rectam ad dD normalem.

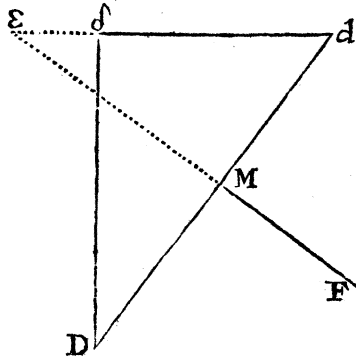
Demonstrationis meae verba sequentia aliquot *lin. 24. pag. 88.* & seqq. apponit, quibus suum in illa commentarium subnectit, in cujus ultimis verbis nempe, *ut constans quaedam recta est ad illam ipsam portionem*, æquivocationi fundamentum ponit. Si per *constantem hanc rectam* intelligat infinite parvam, ejusdemque generis cum dD *viz.* constantem fluxionem ordinatæ in Catenaria, mecum facit, estque illud ipsum quod dixi in primis vocibus ab illo citatis, *lin. 14 & seqq.* Sed in hoc sensu non explicant verba mea ultimo citata quibus explicandis adduci videntur. In illis enim loquor non de gravitate lineæ dD quâ in situm verticalem se componere conatur, sed de gravitatis hujus causa, quam ad distinctionem voco *Gravitatis actionem* in Dd normaliter exertam. Atque causam hanc exponi jubeo per rectam *a*, ejusdem nempe generis lineam cum Catenæ longitudine quam ille assignabilem vocat. Superius quidem lineæ Dd gravitatis partem eam qua in situm verticalem se componere conatur, representari ostendi per infinite parvam sed constantem *dδ*: At hujus causam, quam gravitatis actionem voco, per assignabilem & constantem *a* expono. Verba enim mea sunt *Gravitatis actio in partes correspondentes Catenæ Dd normaliter exerta etiam constans erit*

erit sive ubique eadem. Exponatur hæc per rectam a. Falso igitur post verba hæc *Exponatur hæc* subjungit (*constans Gravitationis quantitas*) Et ut fidem falsæ hinc expositioni faciat, prius & etiam postea (lineis 29 & 35 pag. 88.) vocem *gravitationis* scribit caractere Italico, quali ubique mea verba à suis distinguit, cum interim à voce hac nimis ambigua prorsus abstineo, & gravitatem pro effectu, gravitatis actionem pro causa usurpo semper. Potuisset *Causa*, sive *Gravitationis Actio*, per eandem d d etiam exponi: Et ita quidem fecissem si nulla fuisset occasio hunc applicandi potentias modum mutare. Verum cum in decursu hoc fit factum, ita ut ponderis per MF trahentis vis infinite quam nunc major evadat, ideo *Causam* utrique modo applicationis communem, per lineam ordinariam exponere volui.

Postquam semel invenit, vel invenisse fingit me gravitationis quantitatem qua linea dD circa d mobilis situm verticalem affectat, per lineam a exponere vel representare, multa undique illi occurrunt monstra quibuscum pag. 89 & 90 fortiter pugnat. De horum (quippe suorum) salute videat ipse: ad me nihil attinent: Ego siquidem de ponderibus π & z ab ipso in scenam productis ne verbum; qui in vocibus ab ipso citatis sic aio, d d *representabit gravitatis partem eam qua sit ut Dd in situm verticalem se componere conatur*; & rectam assignabilem a exponere jubeo gravitatis prædictæ actionem, quarum altera est effectus, altera *Causa*. Licetque, ni fallor, causam ab effectu distinguere, & per lineas diversas exponere, modo hæc semper sint proportionales, ut in nostra representatione fit: Effectum siquidem per constantem infinite parvam, *Causam* per constantem assignabilem.

Posteriore parte paginæ 89, post citata quædam ex meis verbis, ait non satis apparere Lemmatis *Mechanici* vel sensum vel applicationem. De ejus sensu hactenus dictum, quem nunc satis apparere non dubito: De applicatione nunc agendum.

Si concipiatur (ut supradictum) lineolæ dD gravitas absoluta per dD exposita, in ejus centro gravitatis M collecta, & grave hoc secundum directionem MF ad dD normalem vi gravitatis suæ descendere: Potentia secundum MD trahens quæ in æquilibrio est cum prædicto gravi, per præmissum lemma, est ad ejus momen-



tum five potentiam trahentem secundum MF , sicut dD ad $dε$. Nam angulus dDd , quo Dd inclinatur ad MD , æqualis est angulo $dεF$ quo $dε$ inclinatur ad MF ; viz. uterque complementum anguli d ad rectum. Atque hoc etiam obtinet, agnoscente Animadversore, si ut in vulgari Mechanica, prædictum grave plano MF incumbens, interposita trochlea ad M , trahatur ab alio gravi ipsi MD incumbente: Erit hoc ad illud sicut Dd ad $dε$.

Quod si, reliquis manentibus, modus applicationis harum potentiarum mutetur, ita ut ad flexilis lineæ dD , cujus extremum d immotum, punctum medium M applicetur pondus secundum MF vires exerens, quippe arcum centro d , radio dM , in descensu descripturum: Erit Ponderis hujus vis, ad flexilem lineam rectam ad M incurvandam, infinita respectu vis suæ gravitatis absolutæ; & vis secundum MD trahens ad modo descriptam incurvationem impediendam requisita, etiam infinita

nita respectu ejus quæ prius requiribatur ad pondus M in plano M F sustinendum. Adeo ut potentia quæ, in priore applicationis modo, exponebantur per $d\delta$, δD , nunc exponendæ veniant per infinite majores prioribus proportionales: Nam, ut prius, pondus M trahit secundum directionem M F, & potentia illud sustinens secundum M D; & hæc duo esse in æquilibrio, ex partium Catenæ quiete constat. Eadem igitur manebit harum ratio quæ prius fuerat. Sed causa quæ lineam flexilem dD (cujus extremum d immotum, cujusque medio puncto M applicatur grave infinite quidem parvum, sed cujus vires per hunc applicationis modum infinite majores redduntur, & proinde in Animadverforis phrasi assignabiles fiunt) in rectam extendit, est Catenæ D A gravitas quæ est ipsius longitudini proportionalis. Hæc ergo est ad constantem & assignabilem a (constanti sed inassignabili $d\delta$ proportionalem) ut $D\delta$ ad δd . Atque sic Animadverfori patere credo veram conclusionem absque assumptis erroneis fuisse probatam.

Ad fugillationes sub initium ac finem Animadverforis istius tam indecore sparsas, commodius respondebitur, cum Auctor innotescet; Nam cum ignoto de Mathematicis posthac, nedum aliis, disputare facile mihi non persuaserim.